PROPRIETA' DEI LOGARITMI

1) $\log_a (b\cdot c) = \log_a b + \log_a c$

Il logaritmo in base a di un prodotto è uguale alla somma dei logaritmi in base a dei due fattori b e c

ESEMPIO:

$\log_2 (32)$

lo possiamo scrivere come $\log_2 (4\cdot 8)$ poiché $4\cdot 8= 32$

$\log_2 (4\cdot 8) =$

$(\log_2 4) + (\log_2 8)$ perché

$\log_2 4=x$ quale numero devo assegnare come "potenza" a 2 per avere 4? 2

quindi $x = 2$

$\log_2 8 = x$ quale numero devo assegnare come "potenza" a 2 per avere 8? 3

quindi $x = 3$

$2 + 3 = 5$

(infatti, $2^2 = 4$ e $2^3 = 8$)

Riprendiamo $\log_2 32$

vediamo subito che il risultato (l'esponente che cercavamo) è proprio 5, perché $2^5 = 32$

Quindi, ricordare: il logaritmo di un prodotto (moltiplicazione) è uguale alla somma dei logaritmi di ogni fattore presente nell'argomento del logaritmo.

2) $\log_a (b/c) = \log_a b - \log_a c$

Il logaritmo in base $_a$ di una frazione è uguale alla differenza tra il logaritmo in base $_a$ del numeratore ("b") e il logaritmo in base $_a$ del denominatore ("c")

ESEMPIO:

$\log_2 4$

lo possiamo scrivere come $\log_2 (8/2)$ poiché 8 diviso 2 è uguale a 4

$\log_2 (8/2) =$

$(\log_2 8) - (\log_2 2) =$

$3 - 1 = 2$

$\log_2 8 = x$ quale numero devo assegnare come “potenza” a 2 per avere 8? 3

quindi $x = 2$

$\log_2 2 = x$ quale numero devo assegnare come “potenza” a 2 per avere 2? 1

quindi $x = 1$

$3 - 1 = 2$

(infatti, $2^3 = 8$ e $2^1 = 2$)

Riprendiamo $\log_2 4$

vediamo subito che il risultato (l'esponente che cercavamo) è proprio 2, perché $2^2 = 4$

Quindi, ricordare: il logaritmo di un rapporto(divisione) è uguale alla differenza dei logaritmi di ogni fattore presente nell'argomento del logaritmo.

3) Cosa succede quando troviamo una potenza (un numero con esponente) già nell'argomento del logaritmo?

$\log_a b^n = n \cdot \log_a b$

Il logaritmo di un numero ("b") elevato ad "n" sarà uguale a "n" logaritmi di quel numero ("b")

Cioè, "n" moltiplicato per il logaritmo in base "$_a$" di "b"

ESEMPI:

$\log_2 (2)^3 =$

$3 \cdot \log_2 (2)$

Come sappiamo, il logaritmo con base uguale all’argomento dà come risultato "1", quindi risolvendo avremo:

$3 \cdot 1 = 3$

infatti, cioè $\log_2 (2)^3$, che è uguale a $\log_2 (8)$, cioè uguale a 3 (l'esponente da dare al 2 per aver l'8).

$\log_3 (27)^4 =$

$4 \cdot \log_3 (27)$ ($\log_3 27$ $3^3 = 27$ quindi $\log_3 27 = 3$)

$4 \cdot 3 = 12$

quindi "12" è l'esponente che serve alla base "3" per arrivare a $(27)^4$

riprendiamo $4 \cdot \log_3 (27)$, possiamo anche semplificare il logaritmo, sapendo che $27 = 3^3$, ottenendo così questa forma:

$4 \cdot \log_3 (3)^3$

Da qui, ripetendo la proprietà appena vista sulle potenze, possiamo spostare l'esponente "3" fuori dal logaritmo e utilizzarlo come moltiplicatore, insieme al 4, quindi si ha la forma:

$(3 \cdot 4) \cdot \log_3 (3) =$

$= 12 \cdot \log_3 (3) =$

$= 12 \cdot 1 = 12$

lo stesso risultato di prima.

Esempio:

$6\log_2 + 10\log_3 - 14\log_3 + \log_2$

$6\log_2 + \log_2 = (6+1) \log_2 = 7\log_2$

$10\log_3 - 14\log_3 = -4\log_3$

$7\log_2 - 4\log_3$ per la proprietà $\log_2{}^7 - \log_3{}^4 = \log (2^7/3^4)$

Elaborato da M.Cafarella su materiale predisposto dalla docente